Geometrische Optik

Felix Wechsler

7. September 2020

Zusammenfassung

Dieses Skript dient als Handreichung zum Vortrag *Geometrische Optik* welcher im Rahmen des Orpheus-Seminars 2019 in Kiel `www.orpheus-verein.de` das erste mal von mir abgehalten wurde. Auch sonst ist dieses Skript umfangreicher geschrieben als, dass man es in einem Seminar an die Tafel abschreiben könnte. Viele Sätze wurden nur mündlich erwähnt.
Über Fehler freue ich mich zwar nicht, aber ich hoffe, dass ihr mir eine Mail[1] schreibt, damit ich diese ausbessern kann.
Im Zuge der Online-Seminare 2020 wurde dieses Skript um weitere Beispiele und Übungsaufgaben erweitert.

[1]fxw+orpheus@mailbox.org

Inhaltsverzeichnis

1 Annahmen

Eine der Annahmen der geometrischen Optik ist, dass Licht aus Strahlen besteht. Das ist natürlich unphysikalisch und entspricht nicht der Realität. Somit lassen sich auch eigentlich keine Experiment durchführen, die mit der Geometrischen Optik vereinbar sind. Allerdings können sich viele Phänomene wie Brechung oder Linsenabbildungen mit Strahlenoptik sehr gut sowohl qualitativ als auch quantitativ beschreiben lassen. Eine weitere Vereinfachung ist die *paraxiale Optik*, bei der man sogar annimmt, dass Strahlen sich nur in sehr kleinen Winkeln relativ zur Ausbreitungsrichtung ausbreiten. In der paraxialen Optik gilt

$$y(x) = y_0 + x \cdot \tan\varphi \approx y_0 + x\,\varphi, \tag{1}$$

da $\tan\varphi \approx \varphi$ für sehr kleine φ. Diese Einschränkung ist notwendig, um z.B. für Linsen oder Spiegel einfache geschlossene mathematische Ausdrücke zu erhalten.

1.1 Axiome

Folgende Axiome lassen sich für die Strahlenoptik postulieren:

1. In homogenem Material bewegen sich Lichtstrahlen gerade.
2. Am Übergang zwischen zwei homogenen Materialien bewegt sich das Licht im Allgemeinen nach dem Reflexions- und Brechungsgesetz weiter.
3. Der Strahlengang ist umkehrbar, die Richtung eines Lichtstrahls ist egal
4. Lichtstrahlen kreuzen einander, ohne sich gegenseitig zu beeinflussen.

2 Reflexion und Brechung

Im Folgenden werden wir das Reflexionsgesetz angeben und das Brechungsgesetz mit Hilfe des Fermatschen Prinzips herleiten.

2.1 Reflexionsgesetz

Das Reflexionsgesetz besagt, dass wenn ein Strahl auf eine reflektierende Oberfläche (z.B. Spiegel) trifft, der Ausfallswinkel gleich dem Einfallswinkel. Zu sehen ist dieser Vorgang in Abbildung 1. In der Realität gilt dies für raue Oberflächen nicht exakt, da das Licht auch in andere Richtungen gestreut wird.

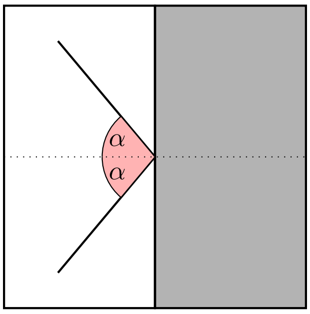


Abbildung 1: Ein Strahl trifft auf eine reflektierende Oberfläche.

2.2 Fermatsches Prinzip

Das Fermatsche Prinzip besagt, dass Licht zwischen zwei Punkten A und B einen Weg nimmt, sodass die Lichtlaufzeit extremal (minimal oder maximal) ist. Dazu muss man wissen, dass die Geschwindigkeit von Licht in Vakuum den Wert $c = 2.997\,924\,58 \times 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ hat. In einem anderem Medium mit dem Brechungsindex n besitzt Licht die Geschwindigkeit $c_n = \frac{c}{n}$. Der Brechungsindex ist dabei eine Materialeigenschaft und bestimmt die Geschwindigkeit von Licht in diesem Medium.

2.3 Brechungsgesetz

Das Brechungsgesetz beschreibt den Strahlenverlauf eines Lichtstrahls der mit einem Winkel α auf ein Medium mit einem anderen Brechungsindex trifft.

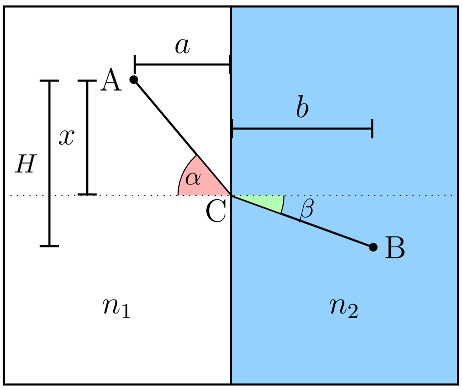


Abbildung 2: Ein Strahl tritt von einem Medium mit Brechungsindex n_1 in ein Medium mit Brechungsindex n_2 über.

Laut dem Fermatschen Prinzip wird dabei zwischen den Punkten A und B die Lichtlaufzeit einen extremalen Wert einnehmen. Die Lichtlaufzeit berechnet sich mit den üblichen Geschwindigkeitsbeziehungen:

$$t_{\text{ges}} = t_{\text{AC}} + t_{\text{CB}} = \frac{d_{\text{AC}}}{v_1} + \frac{d_{\text{CB}}}{v_2} = \frac{\sqrt{x^2+a^2}}{c/n_1} + \frac{\sqrt{(H-x)^2+b^2}}{c/n_2} \tag{2}$$

wobei die Geschwindigkeiten mit dem Brechungsindex n_1 und n_2 ausgedrückt wurden. Zudem wurde der Satz des Pythagoras für die Strecken benutzt. Nach dem Fermatschen Prinzip wird die Lichtlaufzeit extremal. Um das Extremum zu finden, leiten wir t_{ges} nach x. Denn x ist die einzige Variable wovon die Lichtlaufzeit bei einer geradlinigen Bewegung im jeweiligen Medium abhängt.

$$\frac{\mathrm{d}t_{\text{ges}}}{\mathrm{d}x} = 0 = \frac{x \cdot n_1}{c \cdot \sqrt{x^2+a^2}} - \frac{(H-x) \cdot n_2}{c \cdot \sqrt{(H-x)^2+b^2}} \tag{3}$$

Die beiden c Faktoren kann man einfach durch Multiplikation entfernen. Zudem lassen sich folgende Identitäten finden:

$$\sin\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}} \tag{4}$$

$$\sin\beta = \frac{(H-x)}{\sqrt{(H-x)^2+b^2}} \tag{5}$$

Damit vereinfacht sich Gleichung 3 zu:

$$n_1 \cdot \sin\alpha = n_2 \cdot \sin\beta \tag{6}$$

Gleichung 6 ist das Brechungsgesetz. Es gibt einen Zusammenhang zwischen Einfallswinkel und gebrochenen Winkel im Übergang zwischen zwei Medien. Es lässt sich erkennen, dass der Winkel β kleiner wird sobald der Brechungsindex $n_2 > n_1$. Licht wird also immer zum Lot des optisch dichterem Medium gebrochen. Optisch dichter ist gleichbedeutend mit einem höherem Wert des Brechungsindex.

3 Spiegel und Linsen

In diesem Abschnitt möchten wir die beiden Grundelemente optischer Abbildungen einführen, Spiegel und Linsen.

3.1 Hohlspiegel

Der Hohlspiegel, in Abbildung 3 zu sehen, ist ein optisches Bauelement, welches parallel einfallendes Licht auf einen Fokuspunkt fokussieren kann.

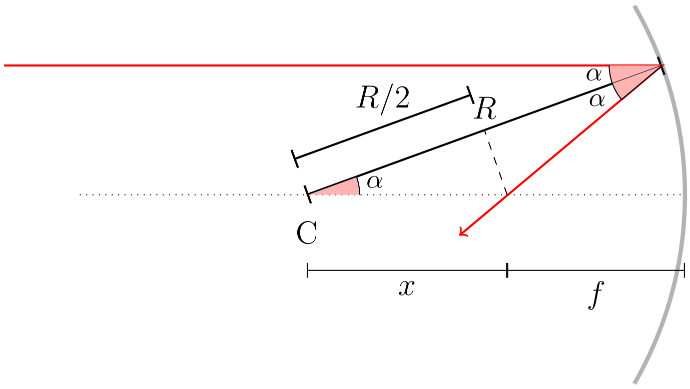


Abbildung 3: Ein Hohlspiegel mit einem einfallen Lichtstrahl.

In Übereinstimmung mit paraxialer Optik nehmen wir an, dass die Strahlen nah zur optischen Achse des Spiegels verlaufen. Der rote Lichtstrahl trifft auf dem Spiegel auf, die Winkel sind durch das Reflexionsgesetz gegeben. Aufgrund des parallelen Lichtstrahls zum Boden, taucht der Winkel am Zentrum erneut auf. Dadurch entsteht ein gleichschenkliges Dreieck. Durch Trigonometrie erhält man:

$$\cos\alpha = \frac{R/2}{x} \tag{7}$$

Damit erhält man für x und für kleine Winkel α, sodass auch gilt $\cos\alpha \approx 1$:

$$x = \frac{R/2}{\cos\alpha} \approx \frac{R}{2} \tag{8}$$

Damit können wir auch die Brennweite, also den Abstand vom Spiegel zum Brennpunkt angeben:

$$f = \frac{R}{2} \tag{9}$$

Diese Formel gilt bei Hohlspiegel nur für achsennahe Strahlen. Ein Spiegel, der wirklich für alle Einfallswinkel einen perfekten Brennpunkt hat, ist der Parabolspiegel.

3.2 Linse

Ein Spiegel erreicht durch Reflexion die Fokussierung von parallelen Strahlen. Eine Linse erreicht ebenfalls eine Fokussierung von Strahlen, allerdings basierend auf Brechung. In Abbildung 4 ist der schematische Verlauf eines Lichstrahls gezeichnet. Eine Linse besteht dabei an den beiden Oberflächen aus Kugelschalen bzw. im Querschnitt aus zwei Kreissegmenten. Im Allgemeinen sind die Krümmungsradien der beiden Oberflächen R_1 und R_2. Die Zusammenhänge der Winkel an den Oberflächen sind durch das Brechungsgesetz gegeben. Anhand dieser Skizze sieht man bereits, dass eine Linse einen zum Boden parallelen Strahl auf einen Punkt fokussiert.

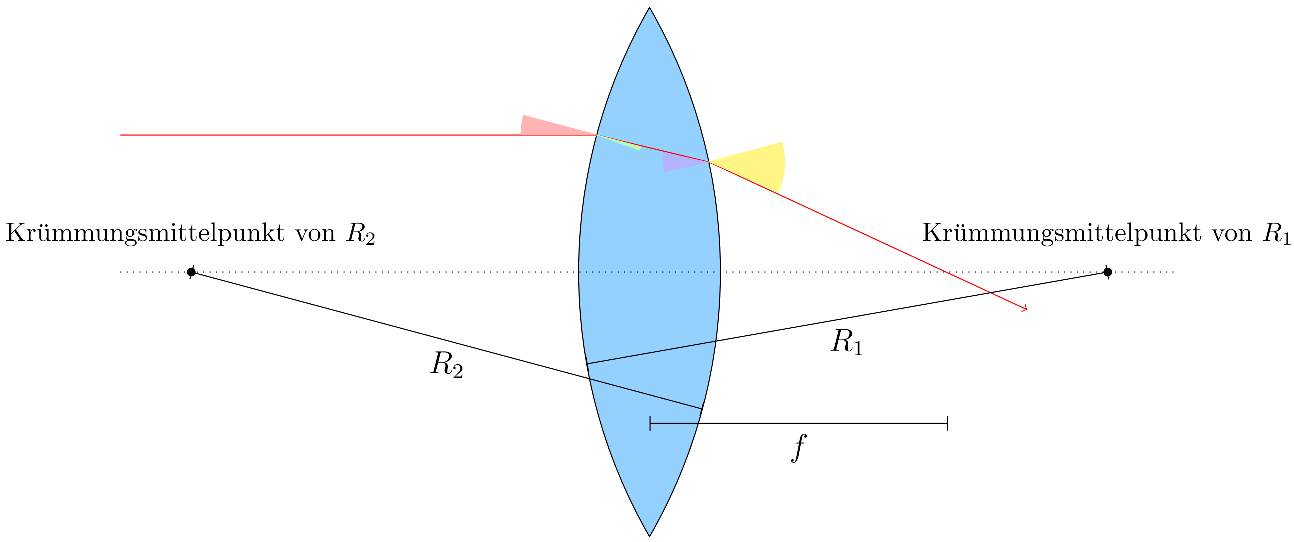


Abbildung 4: Strahlengang bei einer fokussierenden Linse

Tatsächlich fokussiert eine ideale Linse sogar alle parallel einfallende Lichtstrahlen auf einen Punkt, unabhängig von der Höhe mit der der Lichtstrahl auf die Linse trifft (Vernachlässigung von sphärischen Aberrationen). Einen Beweis wollen wir an dieser Stelle hierfür nicht geben. Die Distanz hinter der Linse, auf der das Licht fokussiert wird, nennt man Brennweite. Ohne Beweis geben wir die Linsenschleifer Formel an, mit der die Brennweite berechnet werden kann:

$$\frac{1}{f} = \frac{n - n_0}{n_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n - n_0)d}{nR_1R_2} \right) \tag{10}$$

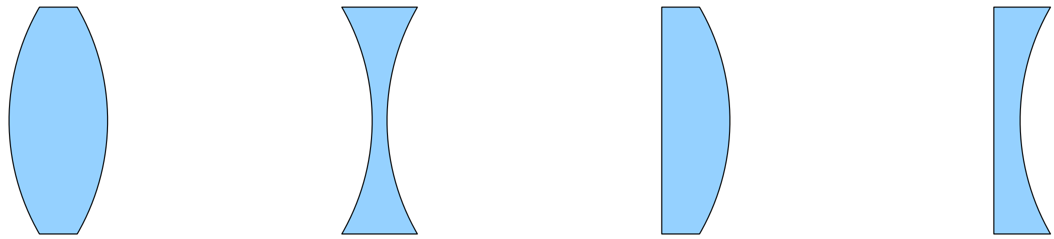
n ist der Brechungsindex des Linsenmaterials, für Glas ist $n \approx 1.5$. n_0 ist der Brechungsindex des umgebenen Mediums, meistens Luft mit $n_0 \approx 1$. d ist die Dicke der Linse. Spricht man von einer idealen, dünnen Linse so setzt man $d = 0$. Für eine ideale Glaslinse in Luft vereinfacht sich Gleichung 10 zu:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \tag{11}$$

R_1 und R_2 sind die beiden Krümmungsradien der Oberfläche. Für die Krümmungsradien gibt es eine Vorzeichenregel die beachtet werden muss.

> ***Hinweis 3.1***
> *Der Krümmungsradius einer Oberfläche ist dann positiv, wenn der Lichtstrahl zuerst auf die Oberfläche trifft und erst danach den Krümmungsmittelpunkt passiert. Passiert der Lichtstrahl zuerst den Mittelpunkt und danach die Oberfläche, so ist der Krümmungsradius mit einem negativen Vorzeichen zu verwenden.*

In Abbildung 5 sehen wir eine kleine Übersicht verschiedener Linsen mit verschiedenen Krümmungsradien. Was eine negative Brennweite bedeutet, werden wir nachher noch sehen.



(a) Bikonvex: $R_1 > 0,\ R_2 < 0,\ f > 0$ (b) Bikonkav: $R_1 < 0,\ R_2 > 0,\ f < 0$ (c) Plankonvex: $R_1 = \infty,\ R_2 < 0,\ f > 0$ (d) Plankonkav: $R_1 = \infty,\ R_2 > 0,\ f < 0$

Abbildung 5: Übersicht einiger Linsenarten

4 Konzept der Abbildung

Linsen und Spiegel können aber nicht nur Strahlen auf einen Punkt fokussieren, sondern auch Gegenstände optisch abbilden und somit vergrößern, verkleinern oder verkehrt herum darstellen.

4.1 Abbildung einer fokussierenden Linse

Objekte senden in der Realität kein Licht aus, sondern streuen und reflektieren einfallendes Licht in alle Richtungen. Deshalb können wir einen Gegenstand meistens auch aus verschiedenen Richtungen sehen. Das eigentlich Besondere an einer Linse ist, dass sie Licht, das in beliebige Richtungen von einem Objekt wegstrahlt, wieder an ihren relativen Ort zurück projizieren kann.

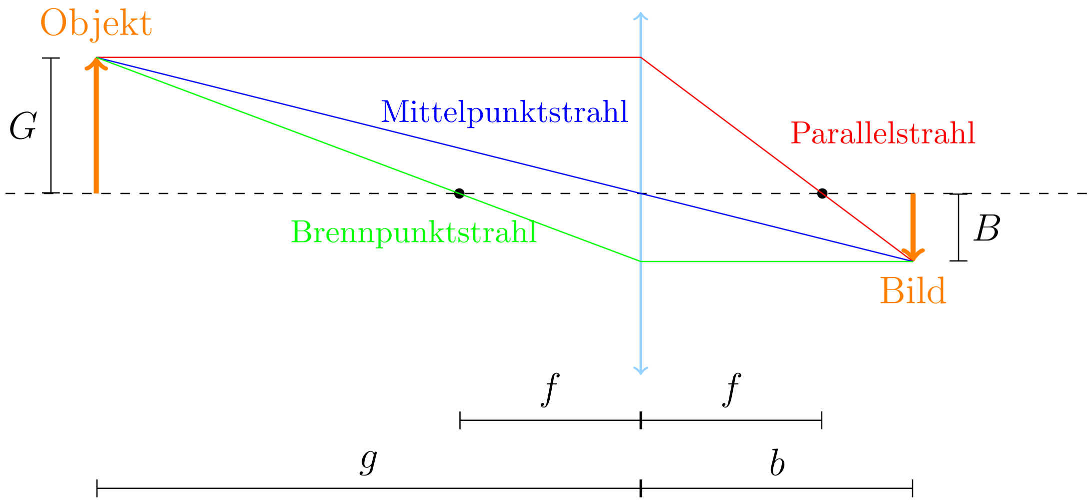


Abbildung 6: Abbildung an einer Linse mit positiver Brennweite. Die Linsengeometrie ist für die Konstruktion egal und wird weggelassen, wichtig ist nur dass die Brennweite positiv ist.

Diese Zurückprojektion bezeichnet man als Bild des Objekts.

Sehen wir uns in Abbildung 6 die Spitze des Objekts an. Wir haben hier genau drei Strahlen eingezeichnet und vergessen nun alle anderen Richtungen. Wir wissen, dass der Parallelstrahl auf einen Punkt fokussiert wird, dem Brennpunkt. Dadurch ergibt sich der rote Strahlenverlauf. Über den Brennpunktstrahl wissen wir, dass er zu einem Parallelstrahl werden muss. Dies folgt aus der Umkehrbarkeit von Lichtstrahlen. Der Mittelpunktstrahl verläuft ungehindert durch die Linse hindurch. Es gibt nun einen Punkt auf der anderen Seite der Linse, an dem sich alle Strahlen schneiden. Genau an diesem Punkt führt die Linse alle drei Strahlen an ihren ursprünglichen relativen Ort zurück. Man kann zeigen, dass nicht nur diese drei Strahlen an ihren Ort zurück geführt werden, sondern alle Strahlen, die in beliebige Richtungen vom Objekt abstrahlen.
Wenn wir diese Strahlenkonstruktion für alle Punkte des Objektes machen, erhalten wir eine vollständige Abbildung des Objekts. Die Größe g nennt man Gegenstandsweite und ist die Distanz des Objekts zur Linse. b ist die Bildweite und ist die Distanz des Bildes zur Linse. Um das Bild sehen zu können, können wir dort ein weißes Papier oder einen Schirm aufstellen.
Wir wollen nun eine Gleichung herleiten, welche die Größen g, b und f in Beziehung zueinander setzt. Nach dem Strahlensatz gilt für den blauen Mittelpunktstrahl:

$$\frac{G}{B} = \frac{g}{b} \tag{12}$$

Für den roten Parallelstrahl gilt eine ähnliche Beziehung:

$$\frac{G}{B} = \frac{f}{b-f} \tag{13}$$

Wir können beide gleich setzen und mit den Nennern multiplizieren:

$$g \cdot (b-f) = bf \tag{14}$$

$$gb = bf + gf \tag{15}$$

Wir können nun beide Seiten durch g, b und f teilen und erhalten:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \tag{16}$$

Diese Gleichung nennt sich die **Abbildungsgleichung**, denn sie beschreibt an welchem Ort sich das Bild eines Objektes befindet.

4.2 Abbildung einer defokussierenden Linse

Es gibt jedoch nicht nur Linsen die Licht fokussieren können, sondern auch solche die das Licht defokussieren. Bei solchen Linsen ist die Brennweite negativ.

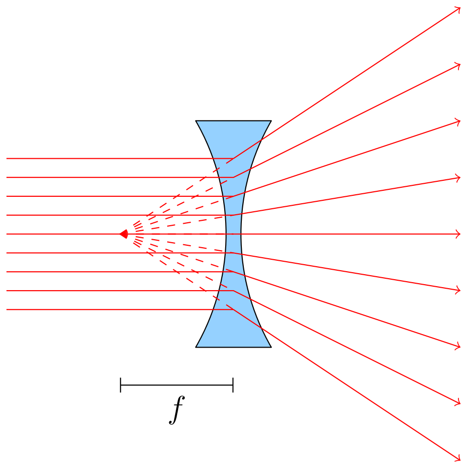


Abbildung 7: Eine bikonkave Linse wirkt defokussierend.

Ähnlich wie eine fokussierende Linse, kann auch eine defokussierenden Linse ein Bild eines Objekts erzeugen. Dieses Bild wird jedoch virtuell bezeichnet, da man es nicht mit einem Schirm sehen kann, sondern z.B. nur mit dem menschlichen Auge.

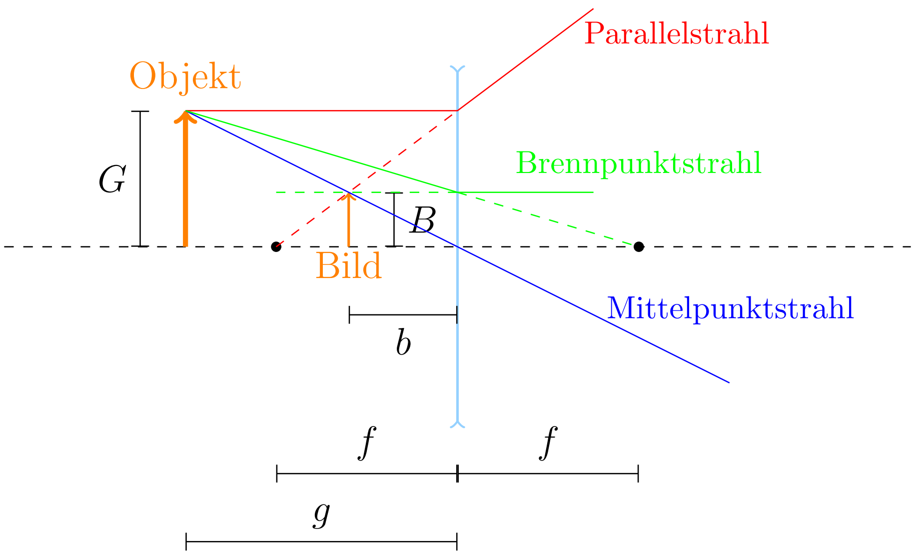


Abbildung 8: Abbildung an einer Linse mit negative Brennweite.

Die Konstruktion für eine defokussierende Linse sehen wir in Abbildung 8. Der rote Parallelstrahl wird wie bisher zu einem Brennpunkt abgelenkt. Da die defokussierende Linse jedoch

das Licht zerstreut, geht nur die gestrichelte rote Verlängerung durch den Brennpunkt.
Der Brennpunktstrahl wird zu einem parallelen Strahl. Aber erneut geht nur die gestrichelte Verlängerung durch den Brennpunkt, welche dann zu parallelem Licht wird. Der Mittelpunktstrahl bleibt in der Konstruktion gleich. Das Bild entsteht nun am Schnittpunkt der gestrichelten Linien. Das liegt daran, dass das Auge bei Lichtstrahlen annimmt, dass diese sich geradlinig bewegen. Wenn wir also die Linse nicht sehen, so denken wir, dass die Lichtstrahlen eben geradlinig von diesem Schnittpunkt kommen müssen. Möchten wir Gleichung 16 verwenden, muss f mit dem negativen Wert eingesetzt werden. Auch b wird negativ sein, da die Distanz auf der anderen Seite der Linse ist.

> ***Hinweis 4.1***
> *b und g sind genau dann positiv, wenn die Distanz b im Bildraum und die Distanz g im Gegenstandsraum gemessen wird. Sind b und g beide im eigentlichen Gegenstandsraum, so ist b negativ (virtuelle Bilder).*

4.3 Abbildung eine Hohlspiegels

Nicht nur Linsen, sondern auch Spiegel können ein Bild erzeugen. Für einen Hohlspiegel sehen wir die Konstruktion in Abbildung 9. Der rote Parallelstrahl wird durch den Brennpunkt reflektiert. Der blaue Mittelpunktstrahl fällt symmetrisch wieder aus. Der grüne Brennpunktstrahl wird parallel zum Boden reflektiert.
Das reelle Bild lässt sich nun wieder mit einem Schirm beobachten, es steht kopfüber.

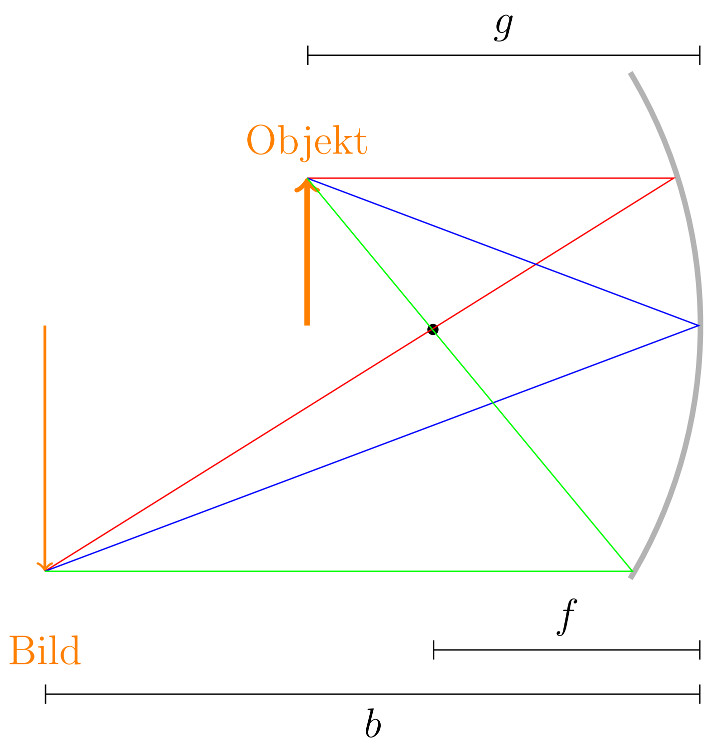


Abbildung 9: Abbildung an einem Hohlspiegel

Auch für Spiegel gilt die Abbildungsgleichung Gleichung 16. Die Brennweite beim Hohlspiegel ist positiv. Die Größen g und b sind positiv, sofern sie sich links vom Spiegel befinden. Es gibt Fälle in denen ist das Bild rechts vom Spiegel virtuell zu sehen, dort ist dann b negativ.

5 Optische Instrumente

In diesem Kapitel werden wir einige optische Instrumente wie die Lupe und das Fernrohr vorstellen. Dazu werden wir jeweils den Begriff der Vergrößerung definieren.

5.1 Lupe

Die Lupe ist das einfachste optische Instrument, um Gegenstände größer darzustellen. Eine Lupe besteht aus der Kombination einer Linse mit dem menschlichen Auge.

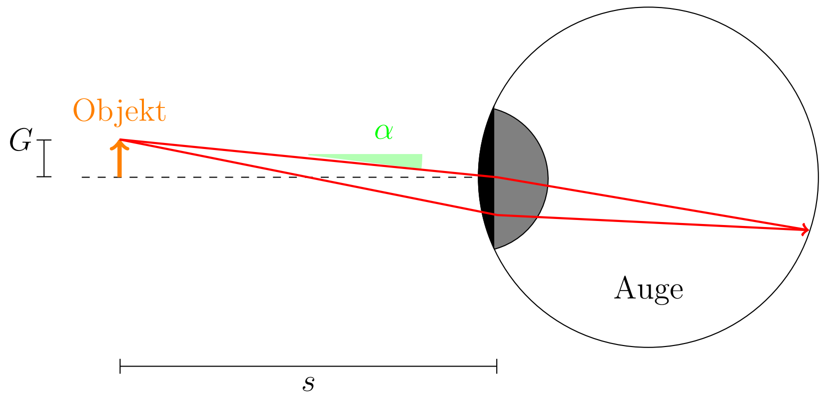


Abbildung 10: Objekt ohne Lupe.

Es gibt einige verschiedene Arten eine Lupe zu verwenden, wir werden zuerst mit der Einfachsten beginnen. Dazu wird das Objekt in den Brennpunkt der Linse gestellt Abbildung 11. Dadurch sind alle Strahlen nach dem Durchgang durch die Linse parallel. Der Parallelstrahl geht durch den Brennpunkt auf Objektseite und der Mittelpunktstrahl geht durch den Mittelpunkt der Linse. Mit einem weißen Schirm würden wir kein Bild des Gegenstandes sehen. Da das Auge aber ebenfalls eine Linse ist, fokussiert das Auge wiederrum alle parallelen Strahlen auf die Netzhaut. Dadurch sehen wir das Bild.

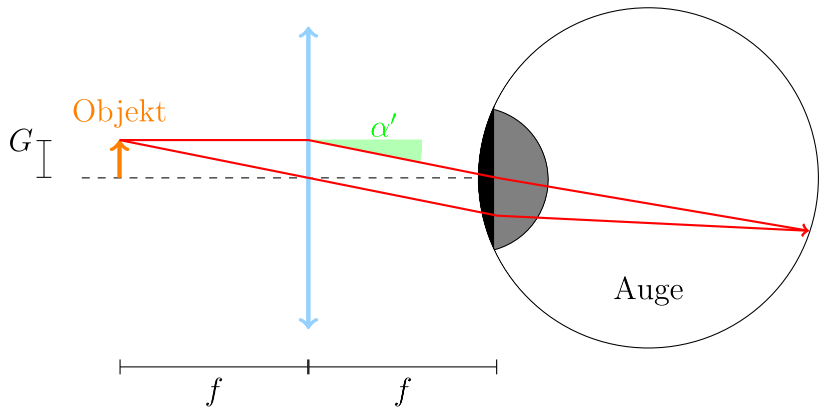


Abbildung 11: Lupe mit Objekt im Brennpunkt.

Kommen wir zur Frage, wie nun die Vergrößerung definiert ist. Im Allgemeinen versteht man unter Vergrößerung das Verhältnis von zwei Größen. Normalerweise kann man schreiben, dass die Vergrößerung wie folgt definiert ist:

$$M = \frac{G}{B} = \frac{g}{b} \tag{17}$$

wobei G und B die Gegenstands bzw. Bildgröße sind. g und b sind die Gegenstands bzw.

Bildweite. In den Skizzen in Abbildung 10, Abbildung 11 verhält es sich anders, da ohne das Auge gar kein richtiges Bild existiert. Für diesen speziellen Fall, dass das Auge erst ein Bild auf der Netzhaut erzeugt, wird die Vergrößerung über Winkel definiert. Hier gilt:

$$M = \frac{\alpha'}{\alpha} \tag{18}$$

wobei zu beachten ist, dass jeweils der Strahl genommen wird, der das Auge zentral trifft. Aus den Skizzen können wir erkennen, dass $\tan(\alpha) \approx \alpha \approx \frac{G}{s}$. s ist dabei die sogenannte *natürliche Sehweite*. Das ist der kleinstmöglichste Abstand, auf den ein durchschnittliches Auge noch fokussieren kann. Beim Menschen wird $s = 25\,\mathrm{cm}$ gesetzt. Wir benutzen diesen Abstand, da es genau der Abstand ist, unter dem der Gegenstand größtmöglichst auf der Netzhaut zu sehen ist. Den Winkel α vergleichen wir nun mit α', der mit der Lupe gesehen wird. Hier gilt $\tan(\alpha') \approx \alpha' \approx \frac{G}{f}$. Setzen wir nun beides in Gleichung 18 ein, so erhalten wir für die Vergrößerung:

$$M = \frac{s}{f} \tag{19}$$

Das heißt, die Vergrößerung steigt bei kleinerer Brennweite. s ist unveränderlich.

5.2 Kepler Teleskop

Das Kepler Teleskop ist ein Fernrohr, mit dessen Hilfe sich Objekte vergrößern lassen. Es besteht aus zwei fokussierenden Linsen, wie in Abbildung 12 dargestellt. Wir nehmen an, dass das zu beobachtende Objekt sehr weit entfernt ist, weswegen alle Strahlen vom Objekt etwa parallel sind. Um die Vergrößerung herleiten zu können, müssen wir wieder die Winkel betrachten. Der

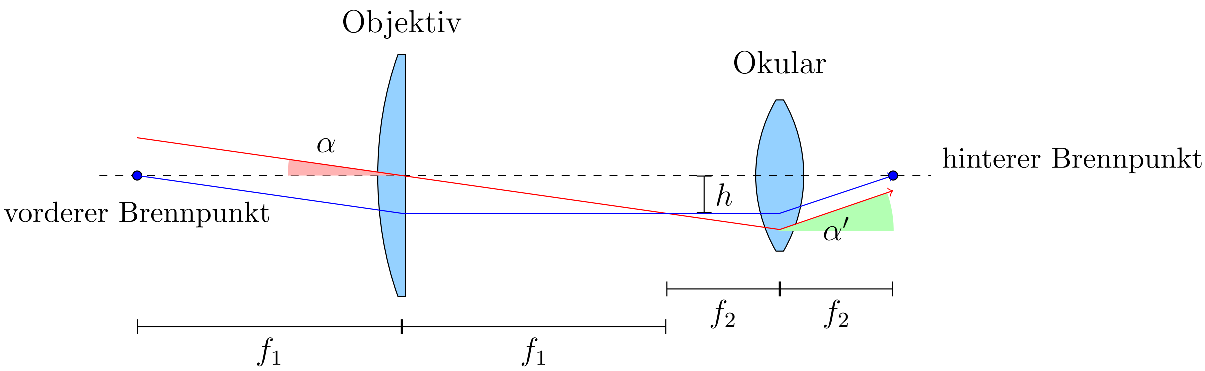


Abbildung 12: Das Kepler Teleskop

Grund ist, dass das eigentliche Bild erst wieder (ähnlich zur Lupe) durch das Auge entsteht. Das Auge fokussiert alle parallelen Strahlen auf einen Punkt im Auge. Um eine Beziehung für α und

α' zu erhalten, betrachten wir den blauen Lichtstrahl, der durch den vorderen Brennpunkt des Objektivs und den hinteren Brennpunkt des Okulars geht. Zwischen den Linsen ist der Strahl parallel zur optischen Achse. Es ergeben sich folgende Beziehungen für die beiden Winkel:

$$\tan \alpha \approx \alpha \approx \frac{h}{f_1} \tag{20}$$

$$\tan \alpha' \approx \alpha' \approx \frac{h}{f_2} \tag{21}$$

Die Höhe h ist nur eine Hilfsgröße, die sich wieder kürzt. Damit erhalten wir für die Vergrößerung:

$$M = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{f_1}{f_2} \tag{22}$$

Möchte man das Objekt stärker vergrößern, wählt man eine größere Brennweite des Objektivs und/oder eine kleinere des Okulars. Durch die Strahlenkreuzung zwischen Okular und Objektiv steht das vergrößerte Bild auf dem Kopf.

6 Aufgaben

Hier findest du eine kleine Aufgabensammlung zum Üben der gelernten Konzepte. Falls du nicht weiterkommst, sende mir gerne eine E-Mail fxw+orpheus@mailbox.org.

1) Reflexionsgesetz

Leite das Reflexionsgesetz mithilfe des Fermatschen Prinzips her.

2) Luftblase in Wasser

Leite die Brennweite einer Luftblase in Wasser her. Die Luftblase ist rund und hat den Radius R.

3) Vergrößerung

Wie stark vergrößert eine Linse den Gegenstand auf einen Schirm, wenn sie eine Brennweite f hat und die Gegenstandsweite g ist.

4) Zwei Linsen

Zeige, dass wenn zwei Linsen mit Brennweiten f_1 und f_2 sehr nahe (Abstand ≈ 0) aneinander gestellt werden, die effektive Brennweite dieses Linsensystems $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$ ist.
Hinweis: Bilde das Objekt mit der ersten Linse ab. Bilde dann das entstandene Bild mit der zweiten Linse ab. Das das Zwischenbild bereits im Bildraum ist, musst du für die zweite Abbildung ein negatives Vorzeichen für die Gegenstandsweite benutzen.

5) Linse in Wasser

Wir betrachten die Situation, dass eine Hälfte der Linse in Wasser getaucht ist (in der Mikroskopie sehr üblich). Leite die Brennweite einer Linse her, wenn die beiden Krümmungsradien R_1 und R_2 ist und R_2 die Seite ist, die in Wasser getaucht ist.
Hinweis: Benutze das Ergebnis zur Kombination von zwei Linsen. Unterteile dabei die Linsen in zwei Linsen, die jeweils auf einer Seite plan sind.

6) Lupe

In Unterabschnitt 5.1 wurde gezeigt, wie stark eine Lupe vergrößert, wenn man den Gegenstand in den Brennpunkt stellt. Man kann die Lupe allerdings auch direkt vor das Auge halten und den

Gegenstand an einen beliebigen Punkt. Leite die Vergrößerung für eine Lupe mit Brennweite f und einem Abstand des Gegenstands zur Lupe g her.

Literatur

[Leh11] P. Lehn Rudolf und Breitfeld. *Abriss der Geometrischen Optik*. 2011.

[Wik19a] Wikipedia. *Geometrische Optik — Wikipedia, The Free Encyclopedia*. `http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Geometrische%20Optik&oldid=178021829`. [Online; accessed 26-September-2019]. 2019.

[Wik19b] Wikipedia. *Linse (Optik) — Wikipedia, The Free Encyclopedia*. `http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Linse%20(Optik)&oldid=191501600`. [Online; accessed 26-September-2019]. 2019.